УДК 004.93:[57.087.1]:518.22

## Математический аппарат биометрических устройств

Белоусов С.А., 12-р

Актуальность: в связи с активным внедрением биометрических устройств в повседневную жизнь в работе рассматриваются некоторые принципы их функционирования.

Цель работы: углубить знание по данной проблеме.

Биометрия — это научная дисциплина, изучающая способы измерения различных параметров человека с целью установления сходства или различий между людьми и выделения одного конкретного человека из множества других людей, или — наука, изучающая методики распознавания конкретного человека по его индивидуальным параметрам.

Построение решающих правил в системах биометрической идентификации основано на создании некоторых эталонных представлений идентифицируемых лиц. Эти эталоны хранятся в памяти системы, контролирующей доступ, и служат для сравнения с биометрическими параметрами лиц, претендующих на доступ к ресурсам. В случае, когда измеренные системой значения параметров пользователя значимо отличаются от эталона, он получает отказ в доступе к ресурсам.

В вероятностной формулировке такие решающие правила приводят к необходимости построения среднестатистических эталонов на основе образцов, предъявленных системе в режиме обучения. Обозначим  $x \in \mathbb{R}^N$  - вектор признаков, поступающий на вход биометрической системы идентификации (БСИ) и состоящий из  $\mathbb{N}$  информативных биометрических параметров пользователя. Предположим, что вектор можно рассматривать как значение векторной случайной величины  $\xi$ , распределение которой описывает статистическую изменчивость биометрических параметров пользователя. Если распределение случайного вектора  $\xi$ , характеризующее легального пользователя, имеет плотность  $\mathcal{P}_{\mathfrak{g}}(X)$  с ограниченным множеством-носителем  $\mathcal{R}_{\mathfrak{g}} = \{X : \mathcal{P}_{\mathfrak{g}}(X) \neq 0\} \subset \mathbb{R}^N$ , то множество

 $\aleph_{\mathfrak{o}}^+ \subset \aleph_{\mathfrak{o}}$ , удовлетворяющее условию  $P(\aleph_{\mathfrak{o}}^+) = 1 - FRR$  (вероятности ложного отказа (false reject rate, FRR)) , представляет совокупность тех входных векторов X, которые БСИ будет правильно распознавать как попытку легального доступа к ресурсам.

Пусть  $p_i(X)$  - плотность распределения вероятностей, соответствующая биометрическим параметрам другого лица, пытающегося получить доступ, и обозначим  $\aleph_i \subset \mathbb{R}^*$  носитель этого распределения, то есть  $\aleph_i = \{X : p_i(X) \neq 0\}$ . Тогда, очевидно, множество  $\aleph_i^+ \cap \aleph_i$  будет состоять из тех входных векторов биометрических параметров, которые БСИ будет ошибочно признавать "своими". Согласно требованиям, предъявляемым к БСИ, должно быть  $P(\aleph_i^+ \cap \aleph_i) \leq FAR$  (вероятности ложного допуска (false acceptance rate, FAR)).

В реальных задачах, связанных с созданием БСИ, распределения  $\mathcal{P}_{\bullet}(X)$ ,  $\mathcal{P}_{\bullet}(X)$ , неизвестны, соответственно, неизвестны и множества $\mathcal{P}_{\bullet}(X)$ , лоэтому возникает необходимость в построении оценок распределений  $\mathcal{P}_{\bullet}(X)$ ,  $\mathcal{P}_{\bullet}(X)$ , или хотя бы оценок множеств-носителей  $R_0$ ,  $R_1$ . Предполагается, что для построения этих оценок имеется обучающая выборка, состоящая из классифицированных образцов входных векторов  $X_1, X_2, ..., X_n$ ;  $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n$ . То есть, относительно каждого из векторов  $X_k$  известно, соответствует ли он легальному пользователю  $\delta_k = 0$ , либо одному из набора "чужих" пользователей:  $\delta_k \in \{1, 2, ..., K\}$ .

Если доступна достаточная по объему и представительная обучающая выборка, дающая представление о легальном пользователе и "всех чужих", то построение оценок может осуществляться обычными методами математической статистики через оценивание распределений вероятностей  $\{P_{\bullet}(X), k=0,1,...\}$  или непосредственное построение решающих правил, определяющих границы в пространстве  $\mathbb{R}^*$  между областями "свой" - "чужой".

Чаще всего при построении БСИ разработчик не располагает такой полнотой информации:

- а) обучающая выборка "свой" имеет ограниченный объем;
- б) представительный набор "чужих" вообще сложно сформировать;

в) выбор вероятностных распределений  $\mathcal{P}_{\bullet}(X)$  является сложным вопросом вследствие отсутствия математических моделей формирования биометрических измерений.

Искусственные нейронные сети (ИНС), благодаря их адаптивности и способности к обобщению функциональных зависимостей, широко применяются в задачах анализа статистических наблюдений сложной структуры, в том числе и в построении БСИ.

Пусть  $\{X_{i}, X_{2}, ..., X_{n}\} \subset \aleph_{0}$  - выборка векторов биометрических параметров легального пользователя. Геометрическая конфигурация многомерного множества  $\aleph_{0}$  в пространстве признаков  $R^{N}$  в общем случае неизвестна и может быть весьма сложной. Вся имеющаяся информация о множестве  $\aleph_{0}$  содержится в выборке  $X_{i}, X_{2}, ..., X_{n}$ , однако, чтобы не хранить в памяти всю эту выборку и в то же время иметь достаточную информацию для использования ее в решающем правиле, можно вместо выборки  $X_{i}, X_{2}, ..., X_{n}$  сохранять некоторый набор центров  $U_{i}, U_{2}, ..., U_{M^{n}}$  ( $M \ge 1$ ), который должен достаточно точно аппроксимировать исходную выборку. Если количество центров M существенно меньше объема выборки n, то это позволит упростить вычислительные процедуры и сэкономить объем памяти.

В качестве критерия для выбора центров  $U_1, U_2, ..., U_M$  можно использовать среднеквадратичный разброс наблюдаемых векторов относительно этого набора центров. Математически это может быть сформулировано как задача минимизации функционала среднего риска, соответствующего выбору квадратичных функций потерь,

$$\begin{split} R(U_{i},...,U_{M}) &= \int_{\mathbb{R}^{N}} \sum_{i=1}^{M} J_{i}(X) \left\| X - U_{i} \right\|^{2} p_{o}(X) \, dX \\ , \text{ где} \\ \\ J_{i}(X) &= \begin{cases} 1, & \left\| X - U_{i} \right\|^{2} \leq \left\| X - U_{i} \right\|^{2} \; \forall \, j \\ 0 & \end{cases} \end{split}$$

Алгоритм оценивания оптимального набора центров, устроен следующим образом:

а) выбирают подходящие начальные приближения  $U_1^{(1),U_2^{(1),...,U_M^{(1)}}}$  (это могут быть произвольные несовпадающие векторы из  $\mathbb{R}^N$ );

б) затем, последовательно просматривая выборку, осуществляют итерации:

$$U_I(t+1) = U_I(t) + \gamma_i(X_i - U_I(t)), \ \ \text{если} \ \ J_I(X_i) = 1$$
  $U_I(t+1) = U_I(t), \ \text{для всех } i \neq I,$   $t=1,2,3,...$ 

В теории алгоритмов самообучения доказано, что в пределе  $t \to \infty$  последовательность оценок центров  $\{U_{\mathbf{i}}(t)\}$  сходится к центрам тяжести множеств  $D_{\mathbf{i}}, D_{\mathbf{j}}, ..., D_{\mathbf{k}}$ , образующих разбиение множества  $\aleph_{\mathbf{i}}$ ,

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{\int\limits_{P_0} X \, p_0(X) \, dX}{\int\limits_{P_0} p_0(X) \, dX} \\ D_i &= \left\{ X : \left\| X - U_i \right\|^2 \le \left\| X - U_i \right\|^2 \, \forall j \, \right\} \end{aligned}$$

С помощью построенных оценок центров  $U_1, U_2, ..., U_M$  можно с достаточной степенью точности аппроксимировать множество  $\aleph_0$ ; данный набор центров  $\{U_i\}$  и является эталонным представлением биометрического образа легального пользователя. Если затем на вход БСИ поступает вектор параметров X неизвестного пользователя, то исчерпывающая информация о расположении этого вектора X по отношению к множеству  $\aleph_0$  будет содержаться в наборе расстояний от X до всех центров эталона  $\{U_i\}$ :

$$\Delta(X,U) = \{\delta_i: \delta_i = \left\|X-U_i\right\|,\ i=1,2,...,M\}$$

Поэтому на основе вектора  $\Delta(X,U)$  уже принимается решение о принадлежности данного вектора X.

После синтеза эталона  $\{U_n\}$  на основе новой обучающей выборки  $X_{n+1}, X_{n+2}, ..., X_{n+4}$ , содержащей как векторы параметров легального пользователя, так и векторы "чужих", оценивается пороговое значение  $P_n$  так, чтобы решающее правило вида: "если  $P(X,U) > P_n$ , то X — чужой" удовлетворяло на этой обучающей выборке требованиям по величинам FAR и FRR. Если удовлетворительного порогового решающего правила не удается построить, это может означать, что структура многомерного множества  $P_n$  сложна и не поддается точной аппроксимации небольшим набором эталонов. Кроме того, недостаток информации о статистике векторов "чужих" не позволит дать точную оценку надежности БСИ.

Для снижения вероятностей ошибок предлагается использовать не один эталон для легального пользователя, а набор эталонов, порождаемых разными нейронными сетями. Приведенный выше в качестве примера алгоритм является самым простым алгоритмом самообучения, он эффективен для распределений  $P_0(X)$ , образующих компактные сферические кластеры в  $\mathbb{R}^N$  и осуществляет векторное квантование пространства признаков.

Вывод: при проведении работы были углублены знания по данной теме, и рассмотрена общая схема построения чисто эмпирических функционалов, которые могут служить основой для принятия решений в задачах идентификации пользователей.

## Список литературы

- 1. Биометрическая аутентификация пользователя [Электронный ресурс] / http://ypn.ru/296/biometric-authentication/
- 2. Брюхомицкий Ю.А., Казарин М.Н. Метод обучения нейросетевых биометрических систем на основе копирования областей / Электронный журнал "Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы". 2003. № 3 (15), С. 17-23 http://pitis.tsure.ru
- 3. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М., Финансы и статистика, 2002. 344 с.
- 4. Применение нейронных сетей для формирования эталонов в системах биометрической идентификации личности [Электронный ресурс] /ИНФОРМАЦИОННОЕ ПРОТИВОДЕЙСТВИЕ УГРОЗАМ ТЕРРОРИЗМА Научно-практический журнал Режим доступа: http://www.contrterror.tsure.ru/site/magazine7/02-06-Lihovidov-Gerasimec-Kornushin.htm